ECRICOME 2019

★ **Exercice 1 - Algèbre linéaire**

• **Partie A**

Trigonalisation d'une matrice, calcul de l'inverse puis des puissances n -èmes d'une autre matrice par binôme.

• **Partie B**

Montrer qu'il n'existe pas g tel que $g \circ g = f$.

Prérequis. EV, AL, matrices d'AL. Peut être donné sans la réduction.

★ **Exercice 2 - Analyse**

– **Partie A**

Fonction de deux variables avec analyse de courbes de niveaux. Point critique, minimum local.

– **Partie B**

Suite définie implicitement.

Prérequis. Fonctions de deux variables, analyse de première année.

★ **Exercice 3 - Probabilités**

• **Partie A**

Densité $f(t) = \frac{1}{t^3}$ si $t \geq 1$, et $-\frac{1}{t^3}$ si $t \leq -1$.

Recherche de la fonction de répartition, espérance, variance, loi de $Y = |X|$.

• **Partie B**

$T = DY$ où $Y = |X|$ et où D vaut -1 ou 1 .

Fonction de répartition de T puis simulation par la méthode d'inversion.

Prérequis. Partie A, densité première année. Partie B : couples, scilab.

Rapport : rapport Ecricome 2019

EDHEC 2019

★ **Exercice 1 - Algèbre linéaire**

Inverse - puissance d'une matrice par binôme.

Trigonalisation.

Recherche d'une base du commutant.

Prérequis. EV, AL, matrices d'AL. Peut être donné avant la diagonalisation.

★ **Exercice 2 - Probabilités discrètes**

Tirages dans une urne contenant une noire et $n - 1$ blanches dont une est numérotée 1 les autres 0 jusqu'à tirer la noire.

Loi du temps d'attente (uniforme) puis loi de Bernoulli indicatrice du numéro 1.

Simulation informatique.

Prérequis. Probas de première année. Couples. Scilab.

★ **Exercice 3 - Analyse**

Etude de $u_n = \int_0^1 (1 - t^2)^n dt$.

Convergence, limite par comparaison avec une intégrale type loi normale, nature de la série $\sum u_n$, écriture factorielle, équivalent par Stirling.

Simulation informatique avec `prod()`.

Prérequis. Intégration de première année, intégrales généralisées, loi normale, équivalents (très complet et difficile).

★ **Problème - densités**

- $f(x) = \frac{1}{\theta x^{1+1/\theta}}$ sur $[1, +\infty[$.

Densité, espérance, variance, répartition, médiane. Comparaison médiane / espérance. Calcul de $P_{(X>a)}(X > a + b)$.

- Simulation par inversion.
- Estimation, intervalle de confiance pour θ .

Prérequis. Densité première année. Estimation.

Rapport : rapport Edhec 2019

EMLYON 2019

★ **Exercice 1 - Densités**

- **Partie A.**

$P(U > V) = \int_0^{+\infty} (1 - F_U(t))f_V(t)dt$. Application au cas où U et V suivent des lois exponentielles.

- **Partie B.**

Loi du minimum de $(T_i)_{0 \leq i \leq n}$ lois exponentielles.

Loi discrète N égal au premier k tel que $T_k \leq T_0$. On tombe sur la loi de Mengoli. Définie ps. Espérance.

Prérequis. Densité, vecteurs aléatoires, variables aléatoires discrètes.

★ **Exercice 2 - Algèbre linéaire**

Objectif : quelles sont les matrices qui sont semblables à leur inverse.

- **Partie A - exemple.**

Par diagonalisation d'une matrice d'ordre 3.

- **Partie B - deuxième exemple.**

Par trigonalisation.

- **Partie C - troisième exemple.**

Une matrice triangulaire $T = I + N$ avec $N^3 = \mathcal{O}$. Calcul de T^{-1} . Trigonalisation dans la base $(g(g(u)), g(u), u)$.

Prérequis. EV, AL, matrices, réduction.

★ **Exercice 3 - Analyse**

- **Partie A**

$f(t) = t + \frac{1}{t}$. Variations, bijection, bijection réciproque.

- **Partie B**

Fonction de deux variables. Point critique. Minimum global sans passer par la hessienne en utilisant la partie A.

- **Partie C**

Suite $u_{n+1} = \frac{1}{n}f(nu_n)$.

u_n existe et $u_n \geq 1$. Simulation. Convergence de (u_n) par la série $\sum (u_{k+1} - u_k)$. Limite par comparaison série - intégrale.

Prérequis. Analyse de première année. Fonction de deux variables. Comparaison série / intégrale.

Rapport : rapport EM Lyon 2019