ECG 2 - Quinzaine 1 - Semaine 2

Du 15/09 au 20/09

Suites récurrentes

☞ *Cours*

⋆ Ch1 - Suites - Rappels et compléments

- Révisions de première année (voir semaine 1).
- **Méthode d'étude des suites du type** $u_{n+1} = f(u_n)$
    - Notion d'intervalle stable par f. Notion de point fixe de f.
    - Si I est stable par f et $u_{n_0} \in I$ alors pour tout $n \geq n_0$ on a : u_n est bien défini et $u_n \in I$.
    - Si (u_n) converge vers une limite ℓ et si f est continue en ℓ alors ℓ est un point fixe de f.
    - Méthode d'étude. Représenter graphiquement les termes d'une telle suite ; montrer qu'elle est bien définie ; étudier son sens de variation ; étudier sa convergence ; déterminer sa limite éventuelle.
    - Étude d'une telle suite par utilisation de l'**inégalité des accroissements finis.**

☞ *Exigences*

Les étudiants doivent être capables de résoudre des exercices de ce type :

- Reconnaitre une suite remarquable, déterminer alors une expression de u_n en fonction de n.
- Savoir calculer les termes d'une suite du type $u_{n+1} = u_n + v_n$ ou $u_{n+1} = u_n \times v_n$ en se ramenant à une somme ou un produit télescopique.
- Savoir démontrer qu'un intervalle est stable par une fonction.
- Étudier de manière guidée la convergence d'une suite, en utilisant les théorèmes du cours. La suite pouvant être définie par une somme, un produit, une relation du type $u_{n+1} = f(u_n)$.
- Étudier de manière guidée la convergence d'une suite définie par une relation du type $u_{n+1} = f(u_n)$ en utilisant l'inégalité des accroissements finis (IAF).
- Proposer un algorithme en Python qui calcule les termes successifs d'une telle suite.
- Écrire un algorithme déterminant une valeur approchée de la limite d'une suite dans le cadre de l'application de l'IAF.

☞ *Questions de cours*

On commencera la colle par l'une des questions suivantes :

- Démontrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $\displaystyle\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$.
- Soit f une fonction définie sur I et (u_n) une suite vérifiant $\forall n \geq n_0,\ \ u_{n+1} = f(u_n)$. Démontrer que si I est stable par f et $u_{n_0} \in I$ alors pour tout $n \geq n_0$ on a : u_n est bien défini et $u_n \in I$.
- Démontrer dans le cadre du point précédent que si (u_n) converge vers ℓ et si f est continue en ℓ alors ℓ est un point fixe de f.
- Donner les deux définitions équivalents de « (u_n) converge vers ℓ » (cf. page 2 du programme de la semaine 1).

Semaine 3 : suites récurrentes , comparaison de suites et de fonctions