

ECG 2 - QUINZAINE 2 - SEMAINE 4

Du 29/09 au 4/10

COMPARAISON - SÉRIES

Cours

★ CH2 - COMPARAISON DE SUITES

Voir programme précédent

★ CH3 - SÉRIES

- **Reprise du cours de première année** sur les séries de référence.
- **Séries à termes positifs.** La suite des sommes partielles est croissante et la série converge si elle est majorée.
- **Séries de Riemann.**
- **Comparaison des séries à termes positifs (ATP).**
 - Théorèmes de comparaison des séries ATP $\sum u_n$ et $\sum v_n$ dans les cas suivants : si $0 \leq u_n \leq v_n$, si $u_n = o(v_n)$ et si $u_n \sim v_n$.
 - Utilisation pratique de la règle du $o()$ pour comparer à une série de Riemann : si $\lim n^2 u_n = 0$ alors $u_n = o\left(\frac{1}{n^2}\right)$; si $\lim n u_n = +\infty$ alors $\frac{1}{n} = o(u_n)$.
- **Séries absolument convergentes.**

Exigences

Les étudiants doivent être capables de résoudre des exercices de ce type :

- Savoir dire si une suite est négligeable devant une autre.
- Savoir déterminer un équivalent simple de u_n dans différents cas. **Tout excès de technicité est à exclure.**
- Savoir calculer une limite simple en utilisant les équivalents.
- Savoir démontrer un équivalent dans un exercice étudiant une suite définie par une intégrale.
- Savoir étudier la nature et calculer la somme éventuelle d'une série lorsqu'elle se présente comme une combinaison linéaire de séries de références, savoir étudier une série télescopique.
- Savoir démontrer qu'une série est convergente / divergente en utilisant le théorème de comparaison des séries à termes positifs.
- Tout exercice faisant intervenir la convergence des séries.

Questions de cours

On commencera la colle par l'une des questions suivantes :

- Démontrer le premier thme de comparaison. On suppose que $0 \leq u_n \leq v_n$ à partir d'un certain rang. Si la série $\sum v_n$ converge alors la série $\sum u_n$ converge. Si la série $\sum u_n$ diverge alors la série $\sum v_n$ diverge.
- Convergence de la série de Riemann pour $\alpha > 1$ par comparaison série / intégrales.
- Divergence de la série de Riemann pour $\alpha \leq 1$.
- Donner le tableau des séries de référence.

Semaine 5 : séries - suites définies implicitement