

Oral HEC - QUESTIONS DE COURS

★ Analyse

1. Énoncer la formule du binôme de Newton.
2. Énoncer les inégalités des accroissements finis.
3. Rappeler la définition de la continuité en un point d'une fonction réelle d'une variable réelle.
4. Convergence et divergence des suites réelles monotones.
5. énoncer le théorème de la bijection.
6. Quel est le lien entre la continuité et la dérivabilité d'une fonction ?
7. Rappeler la définition d'une bijection. Que peut-on dire de la composée de deux bijections ?
8. a) Définition et représentation graphique de la fonction partie entière.
b) Donner un programme Python permettant de représenter la fonction partie entière sur l'intervalle $[-5/2, 5/2]$.
9. Convexité d'une fonction définie sur un intervalle de \mathbb{R} .
10. Définition et propriété des fonctions de classe C^p , $p \in \mathbb{N}$.
11. Fonctions équivalentes au voisinage de $+\infty$.
12. Soit f une fonction continue sur un intervalle I . Propriétés de l'application $x \mapsto \int_a^x f(t)dt$.
13. Énoncer le théorème d'intégration par parties.
14. Formule de Taylor-Young.
15. énoncer le théorème de comparaison pour les séries à termes positifs.
16. Définition de la convergence d'une série numérique.
17. Définition de la convergence d'une intégrale impropre.
18. Critères de convergence d'une intégrale impropre.
19. Donner les critères de convergence des séries à termes positifs.
20. Rappeler les conditions suffisantes pour que (x_0, y_0) soit un minimum local pour g
21. Soit f une fonction de classe C^2 sur une partie de \mathbb{R}^2 . Rappeler la définition d'un point critique et la condition suffisante d'extremum local en ce point.

Autres questions possibles

22. Méthode d'étude d'une suite récurrente linéaire d'ordre 2.
23. Définition de $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge vers ℓ (où $\pm\infty$).
24. Définition de $f(x)$ tend vers ℓ (où $\pm\infty$) lorsque x tend vers a .
25. Comparaison des fonctions au voisinage de $+\infty$.
26. énoncer l'inégalité de convexité.
27. Intégrales de Riemann.
28. Séries de Riemann.
29. Séries géométriques et séries géométriques dérivées.
30. Définition de la négligeabilité d'une fonction devant une autre en un point (ou en l'infini).
31. énoncer le théorème de Schwarz.
32. Résolution des équations différentielles $y' + ay = 0$ et $y'' + ay' + by = 0$.
33. Problème de Cauchy.
34. Énoncer le principe de superposition des solutions d'une équation différentielle.
35. Donner la méthode de détermination de l'ensemble des solutions d'une équation différentielle avec second membre.
36. Donner la définition d'un état d'équilibre d'un système différentiel.
37. Dans quel cas peut-on dire que toutes les trajectoires d'un système différentiel sont convergentes ?

★ Probabilités

• Probabilités discrètes

1. Formule des probabilités totales.
2. Loi d'une variable aléatoire discrète finie.
3. Définition de l'espérance d'une variable aléatoire discrète.
4. Formule des probabilités composées.
5. Le schéma binomial.

6. Coefficients binômiaux ; interprétation ensembliste.
7. Rappeler la formule de Kœnig-Huygens.
8. Définition et propriétés de la loi géométrique.
9. Définition de l'indépendance de n variables aléatoires discrètes.
10. Définition de l'indépendance de deux variables aléatoires discrètes. Lien entre indépendance et covariance.
11. Loi d'un couple de variables aléatoires discrètes. Lois marginales. Lois conditionnelles.
12. Définition et propriétés de la covariance de deux variables aléatoires discrètes.

• **Variables aléatoires à densité ou générales**

12. Espérance du produit de deux variables aléatoires indépendantes.
13. Définition et propriétés de la fonction de répartition d'une variable aléatoire à densité.
14. Définition d'une densité de probabilité.
15. Définition et propriété de la loi exponentielle.
16. Loi uniforme sur un intervalle $[a, b]$; définition, propriétés.
17. Écrire sous forme intégrale la probabilité qu'une variable aléatoire suivant la loi normale centrée réduite appartienne à un segment $[a, b]$. Dans quel théorème cette probabilité apparaît-elle comme limite ?
18. Définition de la convergence en loi d'une suite de variables aléatoires.
19. Énoncer le théorème limite central.
20. Estimateur.
21. Loi faible des grands nombres.
22. Inégalité de Bienaymé-Tchebychev.

Autres questions possibles

22. Énoncer la formule de Bayes.
23. Énoncer le théorème de transfert pour une variable aléatoire discrète à valeurs dans \mathbb{N} .
24. Énoncer le théorème de transfert pour une variable aléatoire à densité.
25. Variance d'une somme de deux variables aléatoires. Variance d'une somme de n variables aléatoires indépendantes.
26. Loi de Poisson de paramètre $\lambda > 0$. Propriétés.
27. Stabilité des lois de Poisson et binomiale.
28. énoncer l'inégalité de Markov.
29. Définition d'un intervalle de confiance au niveau $1 - \alpha$ pour un paramètre θ inconnu.
30. Définition d'un intervalle de confiance asymptotique au niveau $1 - \alpha$ pour un paramètre θ inconnu.
31. Etats stables - états limites d'un processus de Markov.
32. Si A est la matrice d'adjacence, carrée d'ordre n d'un graphe orienté que peut on dire si $I + A + \dots + A^{n-1}$ a tous ses coefficients strictement positifs ?
33. Définition du degré d'un sommet dans un graphe. Formule d'Euler (ou lemme des poignées de mains).

★ **Algèbre**

1. Quel est le nombre de bijections d'un ensemble à n éléments dans un ensemble à n éléments.
2. Que peut-on dire du degré de la somme et du produit de deux polynômes.
3. Nombre de racines d'un polynôme de $\mathbb{R}_n[X]$.
4. Définition de deux matrices semblables.
5. Définition d'une matrice inversible.
6. Rappeler la définition d'un vecteur propre d'une matrice. énoncer la propriété relative à une famille de vecteurs propres d'une matrice associés à des valeurs propres distinctes.
7. Condition suffisante de diagonalisabilité.
8. Définition d'un polynôme annulateur d'une matrice. Lien avec les valeurs propres.
9. énoncer une condition nécessaire et suffisante de diagonalisabilité d'une matrice.
10. Définition d'un isomorphisme d'espaces vectoriels.
11. Définition de la dimension d'un espace vectoriel.
12. Soit E un espace vectoriel de dimension finie $n \geq 2$. Donner la définition d'une famille génératrice de E . Que peut-on dire de son cardinal ?
13. Définition de la dimension d'un espace vectoriel. Comparer cette dimension avec le cardinal d'une famille libre de vecteurs de ce même espace.

14. Donner la définition d'une valeur propre. Quelles sont les conditions nécessaires et suffisantes pour qu'une matrice soit diagonalisable.

Autres questions possibles

15. Définition d'une famille libre, d'une famille génératrice, d'une base d'un espace vectoriel.
16. Définition et propriétés du noyau d'une application linéaire.
17. Définition et propriétés de l'image d'une application linéaire.
18. énoncer le théorème du rang.
19. énoncer les formules de changement de bases.
20. Définition de l'injectivité, de la surjectivité d'une application.